

Практика №1 (21.01.21)

2. Введение в теорию колец.

2.1. Введение.

2.1.1. Основные определения и примеры. 2.1.2. Свойства колец. 2.1.3. Подкольца.

1. Доказать, что пересечение произвольного множества подколец кольца R является подкольцом в R .

2. Пусть a и b лежат в коммутативном кольце R с единицей. Пусть a – обратим в R и $b^2 = 0$. Доказать, что $a + b$ является обратимым в R .

3. Пусть R – кольцо с единицей и $a \in R$, такой, что $a^2 = 1$. Пусть $S = \{ara \mid r \in R\}$. Доказать, что S – подкольцо в R . Содержит ли S элемент 1?

2.2. Кольца целостности.

2.2.1. Основные определения и примеры. 2.1.2. Характеристика кольца.

1. Найти все обратимые элементы и делители нуля в $\mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_6$.

2. Пусть F – поле порядка 2^n . Доказать, что $\text{char} F = 2$.

3. Пусть R – коммутативное кольцо без делителей нуля. Показать, что все ненулевые элементы кольца R имеют одинаковый аддитивный порядок.