

Практика №2 (28.01.21, 04.02.21)

2. Введение в теорию колец.

2.3. Идеалы и факторкольца.

2.3.1. Идеалы. 2.3.2. Факторкольца. 2.3.3. Простые и максимальные идеалы.

1. Найти все максимальные идеалы в \mathbb{Z}_{10} .
2. Пусть A и B – идеалы некоторого кольца. Доказать, что $AB \subseteq A \cap B$.
3. Если R – коммутативное кольцо с единицей и A – собственный идеал в R , то показать, что R/A – коммутативное кольцо с единицей.
4. Показать, что $A = \{(3x, y) | x, y \in \mathbb{Z}\}$ – максимальный идеал в $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$.
5. Показать, что $I = \{f(x) \in \mathbb{Z}[X] | f(0) = 0\}$ не является максимальным идеалом в $\mathbb{Z}[X]$.
6. В $\mathbb{Z}_5[X]$ положим $I = (X^2 + X + 2)$. Найти обратный к элементу $2x + 3 + I$ в $\mathbb{Z}_5[X]/I$.
7. Показать, что $\mathbb{Z}_3[X]/(X^2 + X + 1)$ не является полем.