

Практика №1 (01.09.20)

1. Введение в теорию групп.

1.1. Группы.

1.1.1. Основные определения и примеры.

1.1.2. Элементарные свойства групп.

1. Обосновать примеры и восполнить доказательства теорем в теоретической части .

2. Найти обратный элемент к $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ в $GL(2, \mathbb{Z}_{11})$.

3. Привести пример элементов группы a и b , для которых $a^{-1}ba \neq b$.

4. Показать, что множество $\{5, 15, 25, 35\}$ – группа относительно умножения по модулю 40. Что есть тождественный элемент этой группы? Какое соотношение между указанной группой и \mathbb{Z}_8^\times ?

5. Для каждого целого $n > 2$ показать, что существует, по крайней мере, два элемента в \mathbb{Z}_n , удовлетворяющих уравнению $x^2 = 1$.

6. Для произвольных элементов a и b и любого целого n доказать, что $(a^{-1}ba)^n = a^{-1}b^n a$.

7. Доказать, что множество $\{3^m 6^n | m, n \in \mathbb{Z}\}$ – группа относительно умножения.

8. Доказать, что множество $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ – группа относительно матричного умножения.