

Практика №2 (08.09.20)

1. Введение в теорию групп.

1.2. Конечные группы. Подгруппы

1.2.1. Основные определения и обозначения. 1.2.2. Признаки подгрупп. 1.2.3. Примеры подгрупп.

1. Пусть $x \in G$, где G – группа. Если $x^2 \neq e$ и $x^6 = e$, доказать, что $x^4 \neq e$ и $x^5 \neq e$. Что можно сказать о $\text{ord}(x)$?

2. Доказать, что абелева группа, содержащая два элемента порядка 2, должна иметь подгруппу порядка 4.

3. Предположим, что H – собственная подгруппа в \mathbb{Z} относительно сложения, и известно, что H содержит элементы 18, 30 и 54. Определить H .

4. Пусть G – группа. Доказать, что $Z(G) = \bigcap_{a \in G} C(a)$.

5. Пусть a – элемент группы G и $\text{ord}(a) = 5$. Доказать, что $C(a) = C(a^3)$.

6. Пусть a и b – элементы группы G , такие, что $\text{ord}(a) = 2$, $b \neq e$ и $aba = b^2$. Найти $\text{ord}(b)$.

7. Доказать, что группа четного порядка должна иметь элемент порядка 2.

8. Найти циклические подгруппы порядка 4 в $U(40)$.

9. Пусть $H = \{a + bi | a, b \in \mathbb{R}, ab \geq 0\}$. Доказать или опровергнуть, что H – подгруппа в \mathbb{C} относительно сложения, умножения.