
Практика №15

2. Введение в теорию колец.**2.6. Факторизация многочленов.**

1. Определить, какой из многочленов является неприводимым над \mathbb{Q} :

• $X^5 + 9X^4 + 12X^2 + 6$;

• $X^4 + X + 1$;

• $X^4 + 3X^2 + 3$.

2. Показать, что $X^2 + X + 4$ неприводим над \mathbb{Z}_{11} .

3. Разложить в произведение неприводимых многочленов многочлен $f(X) = X^3 + X^2 + X + 1 \in \mathbb{Z}_2[X]$ над \mathbb{Z}_2 .

4. Пусть p – простое. Показать, что число приводимых многочленов над \mathbb{Z}_p вида $X^2 + aX + b$ равно $\frac{p(p+1)}{2}$.

5. Найти все нули и их кратности многочлена $X^5 + 4X^4 + 4X^3 - X^2 - 4X + 1$ над \mathbb{Z}_5 .

6. Найти все унитарные неприводимые многочлены второй степени над \mathbb{Z}_3 .

7. Показать, что $X^4 + 1$ приводим над \mathbb{Z}_p для любого простого p .