
Практика №2

1. Введение в теорию групп.**1.3. Циклические группы.**

1. Восполнить доказательства теорем теоретической части параграфа 1.3.

2. Пусть $\langle a \rangle$ и $\langle b \rangle$ – циклические группы порядков 6 и 20 соответственно.

Найти все образующие каждой подгруппы.

3. Записать поэлементно подгруппу $\langle 3 \rangle$ в $U(20)$.

4. Пусть a – элемент группы G и $\text{ord}(a) = 15$. Вычислить порядки следующих элементов группы G :

1. a^3, a^6, a^9, a^{12} ;

2. a^5, a^{10} ;

3. a^2, a^4, a^8, a^{14} .

5. Пусть G – группа и $a \in G$. Доказать, что $\langle a^{-1} \rangle = \langle a \rangle$.

6. В \mathbb{Z}_{24} найти образующую для $\langle 21 \rangle \cap \langle 10 \rangle$. Предположим, что $\text{ord}(a) = 24$. найти образующую для $\langle a^{21} \rangle \cap \langle a^{10} \rangle$.

7. Пусть G – абелева группа и $H = \{g \in G; \text{ord}(g) | 12\}$. Доказать, что H – подгруппа в G .

8. Пусть a – элемент группы G .

1. Если $a^{12} = e$, что можно сказать о порядке элемента a ?

2. Если $a^m = e$, что можно сказать о порядке элемента a ?

3. Пусть $|G| = 24$ и G – циклическая. Если $a^8 \neq e$ и $a^{12} \neq e$, показать, что $\langle a \rangle = G$.