
Практика №3

1. Введение в теорию групп.

1.3. Группы перестановок.

1. Найти порядок перестановок:

- $[1, 2, 4][3, 5, 7]$;
- $[3, 4, 5][2, 4, 5]$.

2. Какой порядок имеет произведение пары непересекающихся циклов длин 4 и 6?

3. Показать, что A_8 содержит элемент порядка 15.

4. Определить четность или нечетность перестановок:

- $[1, 3, 5]$;
- $[1, 2][1, 3, 4][1, 5, 2]$.

5. Доказать, что если φ – четная перестановка, то φ^{-1} также четная; если φ – нечетная перестановка, то φ^{-1} также нечетная.

6. Пусть $\alpha, \beta \in S_n$. Доказать, что $\alpha\beta$ – четная тогда и только тогда, когда обе перестановки α и β одновременно либо четные, либо нечетные.

7. Пусть

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 8 & 7 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Записать α , β и $\alpha\beta$ как

- произведение непересекающихся циклов;
- произведение 2-циклов.

8. Как много элементов порядка 5 существует в S_7 ?

9. Пусть $\beta \in S_7$ и $\beta^4 = [2, 1, 4, 3, 5, 6, 7]$. Найти β .

10. Пусть $\alpha = [1, 3, 5, 7, 9][2, 4, 6][8, 10]$. Если α^m представляет собой 5-цикл, что можно сказать о m ?