

---

**Практика №6**

---

**1.6 Классы вычетов и теорема Лагранжа**

1. Пусть  $H = \{0, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots\}$ . Найти все левые классы вычетов по подгруппе  $H$  в  $\mathbb{Z}$ .
2. Найти все левые классы вычетов по подгруппе  $\{1, 11\}$  в  $U(30)$ .
3. Пусть элемент  $a$  имеет порядок 15. Найти все левые классы вычетов по подгруппе  $\langle a^5 \rangle$  в  $\langle a \rangle$ .
4. Используя Следствие 2 к теореме Лагранжа, доказать, что порядок  $U(n)$  – четный, если  $n > 2$ .
5. Пусть  $H$  и  $K$  – подгруппы группы  $G$ . Пусть существуют элементы  $a, b \in G$ , такие, что  $aH \subseteq bK$ . Доказать, что  $H \subseteq K$ .
6. Пусть  $H$  и  $K$  – подгруппы конечной группы  $G$ , такие, что  $H \subseteq K \subseteq G$ . Доказать, что  $(G : H) = (G : K)(K : H)$ .
7. Пусть  $G = \{(1), (12)(34), (1234)(56), (13)(24), (1432)(56), (56)(13), (14)(23), (24)(56)\}$ . Найти стабилизатор и орбиту элементов 1, 3, 5.