
Практика №7

1. Введение в теорию групп.**1.7. Внешнее прямое произведение.**

1. Доказать, что внешнее прямое произведение любого конечного числа групп является группой.
2. Показать, что $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$ имеет семь подгрупп порядка 2.
3. Пусть G – группа с тождественным элементом e_G , H – группа с тождественным элементом e_H . Доказать, что $G \cong G \oplus \{e_H\}$ и $H \cong \{e_G\} \oplus H$.
4. Является ли $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ циклической группой?
5. Сравнением порядков элементов доказать, что $\mathbb{Z}_8 \oplus \mathbb{Z}_2 \not\cong \mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_4$.
6. Как много элементов порядка 9 имеет $\mathbb{Z}_3 \oplus \mathbb{Z}_9$?
7. Доказать, что группа комплексных чисел относительно сложения изоморфна $\mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$.
8. Если $G \oplus H$ – циклическая, то доказать, что G и H – циклические.
9. В $\mathbb{Z}_{40} \oplus \mathbb{Z}_{30}$ найти две подгруппы порядка 12.
10. Найти подгруппу в $\mathbb{Z}_{12} \oplus \mathbb{Z}_{18}$, изоморфную $\mathbb{Z}_9 \oplus \mathbb{Z}_4$.