
Лекция №4

1. Введение в теорию групп.

1.4 Изоморфизм групп

1.4.1 Определение и примеры

Определение 1. *Изоморфизмом групп $\varphi : G \rightarrow G'$ называется взаимнооднозначное отображение (функция), сохраняющее групповую операцию: $\varphi(a * b) = \varphi(a) * \varphi(b)$. Обозначается $G \cong G'$.*

Алгоритм:

1. Определяем отображение – кандидата в изоморфизмы, т.е. $\varphi : G \rightarrow G'$;
2. φ - инъективно;
3. φ - сюръективно;
4. φ - сохраняет групповую операцию.

Пример 1. $\varphi : G \rightarrow G'$, где G – группа действительных чисел относительно сложения, G' – группа положительных действительных чисел относительно умножения, $\varphi(x) = 2^x$.

Пример 2. Любая бесконечная циклическая группа изоморфна \mathbb{Z} .
Конечная циклическая группа $\langle a \rangle$ порядка n изоморфна \mathbb{Z}_n относительно отображения $a^k \mapsto k \pmod n$.

1.4.2 Теорема Кэли

Теорема 1. *Всякая группа изоморфна группе перестановок.*