

Практика №1 (01.09.20)

---

**1. Теория делимости.**

**1.1. Алгоритм деления.**

1. Показать, что любые целые числа, представимые в виде  $6k + 5$ , также представимы в виде  $3k + 2$ , но не наоборот.

2. Используя Алгоритм деления, показать:

1. каждое целое нечетное число представимо как в виде  $4k + 1$ , так и в виде  $4k + 3$ ;
2. квадрат любого целого числа представим как в виде  $3k$ , так и в виде  $3k + 1$ ;
3. куб любого целого числа представим в любом из данных видов:  $9k$ ,  $9k + 1$  или  $9k + 8$ .

3. Для  $n \geq 1$  доказать, что  $n(n + 1)(2n + 1)/6$  является целым числом. [Подсказка: Применяя Алгоритм Деления,  $n$  может быть представлен в одном из видов  $6k$ ,  $6k + 1$ , ...,  $6k + 5$ ; требуется получить результат в каждом из шести случаев.]

**1.2. Наибольший общий делитель.**

4. Доказать или опровергнуть: если  $a|(b + c)$ , тогда или  $a|b$ , или  $a|c$ .

5. Доказать, что для любого целого числа  $a$  одно из чисел  $a + 2$  или  $a + 4$  делится на 3.

6. Для произвольного целого числа  $a$  установить, что  $2|a(a + 1)$ , если  $3|a(a + 1)(a + 2)$ .

7. Доказать, что если  $a$  – целое, такое, что  $2 \nmid a$  и  $3 \nmid a$ , то  $24|(a^2 - 1)$ .