

Практика №1 (14.09.20)

2. Простые числа и их распределение.

2.1. Фундаментальная теорема арифметики.

1. Доказать, что единственным простым числом вида $n^3 - 1$ является 7.
2. Если $p \geq 5$ является простым числом, то показать, что $p^2 + 2$ – составное.
3. Доказать, что каждое целое число вида $n^4 + 4$, где $n > 1$, является составным.

2.2. Решето Эратосфена.

4. Пусть p не делится на n для всех простых чисел $p \leq \sqrt[3]{n}$. Показать, что n является либо простым числом, либо произведением двух простых чисел.
5. Показать, что любое составное трёхзначное число должно иметь простой коэффициент, меньший или равный 31.
6. Доказать, что если $n > 2$, то существует простое число p , удовлетворяющее условию $n < p < n!$.

2.3. Гипотеза Гольдбаха.

7. Доказать, что гипотеза Гольдбаха о том, что каждое четное целое число больше 2 является суммой двух простых чисел, эквивалентна утверждению о том, что каждое целое число больше 5 является суммой трех простых.
8. Для $n > 3$ показать, что все целые числа $n, n + 2, n + 4$ не могут быть простыми.
9. Найти простой делитель целого числа $N = 4(3 \cdot 7 \cdot 11) - 1$ вида $4n + 3$.