

Контрольная работа

по дисциплине

ТЕОРИЯ КОДИРОВАНИЯ И СЖАТИЯ ИНФОРМАЦИИ

2020–2021

Время: 120 минут

22.12.2020

Имя : _____

Фамилия : _____

Требования:

- Не следует разделять скреплённые листы. Если вам не хватает места для ответа, попросите у экзаменатора дополнительные листы. Подпишите их и приложите их к контрольной, чётко указав, решения каких заданий содержатся на каком листе.
- Для записи ответов вы можете использовать обе стороны листов.
- Пишите **разборчиво**.
- Поясняйте свои ответы.

Задание	1	2	3
Баллы	/ 6	/ 7	/ 8

Контрольная	Бонусы	Общая

Задание 1 (5×1 баллов)

1 Опишите длину и минимальное расстояние кода

$$C = \{0000, 1100, 0011, 1111\}.$$

2 Линейный код C над \mathbb{F}_3 задан проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Есть ли среди ниже перечисленных векторов x кодовые слова из C ? Если да, то какие? Ответ поясните.

$$x = [1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 1]$$

$$x = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$$

$$x = [0 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1]$$

$$x = [1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1]$$

3 Сколько ошибок исправляют следующие линейные коды

а) $[7, 4, 3]_2$ – код Хэмминга,

б) $[2^r, r, 2^{r-1}]$ – код Адамара?

4 Линейный код C задан параметрами $[10, 5, 4]$. Каковы длина и размерность C^\perp – дуального к C кода?

5 Линейный код над \mathbb{F}_2 задан проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Опишите порождающую матрицу для этого кода.

6 Покажите, что нельзя найти 32 бинарных вектора длины 8, таких, что минимальное расстояние между ними как минимум равно 3.

Задание 2 (7 баллов)

Пусть C — $[5, 2]$ -линейный код над \mathbb{F}_2 , заданный проверочной матрицей

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите порождающую матрицу кода,
2. Постройте код, выписав все кодовые слова.
3. Определите минимальное расстояние кода с помощью проверочной матрицы.
4. Какое количество ошибок может исправить этот код?
5. С помощью таблицы классов смежности кода декодируйте

$$y = [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$$

6. Какие вектора $y \in \mathbb{F}_2^5$ не получится однозначно декодировать этим кодом?
7. Опишите проверочную и порождающую матрицы кода, дуального к C

Задание 3 (8 баллов)

Код Рида-Соломона задан над $\mathbb{F}_2[x]/(x^3+x+1)$ множеством $S = \{\alpha^0 = 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3 = \alpha + 1, \alpha^4 = \alpha^2 + \alpha, \alpha^5 = \alpha^2 + \alpha + 1, \alpha^6 = \alpha^2 + 1\}$. Код размерности $k = 3$.

1. Сколько ошибок может исправить этот код?
2. С помощью алгоритма Петерсона декодируйте

$$y = [1 \ 0 \ \alpha^2 \ 1 \ \alpha^2 + \alpha + 1 \ \alpha^2 + 1 \ \alpha^2 + \alpha + 1].$$

3. Восстановите исходное сообщение.

