Практика № 1
03.09.20

1 Порождающие матрицы кодов

Напишите порождающие и проверочные матрицы для $[n, n-1, 2]_2$ – кода проверки на четность и для $[n, 1, n]_2$ кода с повторением.

2 Минимальное расстояние кода

Покажите, что минимальное расстояние любого линейного кода C равно минимальному весу Хэмминга ненулевого слова в C, т.е.,

$$\Delta(C) = \min_{c \in C, c \neq 0} wt(c).$$

3 Систематическая форма

Пусть $G = [I_k|A] \in \mathbb{F}_q^{k\times n}$ - порождающая матрица $[n, k]_q$–кода C в систематической форме, где I_k– единичная матрица $k \times k$, $A \in \mathbb{F}_q^{k\times n-k}$. Опишите проверочную матрицу для C.

4 Дуальный код

На лекции дуальный код для кода C был определен как

$$C^{\perp} = \{x \in \mathbb{F}_q \;:\; \langle x\,, c\rangle = 0\, \forall c \in C\}.$$

1. Пусть G - порождающая матрица C. Докажите эквивалентность второго определения:

   $$C^{\perp} = \{x \in \mathbb{F}_q \;:\; xG^{\mathsf{t}} = 0\}.$$

   Вывод: G – проверочная матрица $C^{\perp}$, $C^{\perp}$– линейный $[n, n-k]_q$–код для C– линейного $[n, k]_q$ – кода.

2. Эквивалентное утверждение: любая образующая матрица H дуального кода $C^{\perp}$ является проверочной матрицей кода C. Вывод: $(C^{\perp})^{\perp} = C$.

3. Постройте код, дуальный к $[n, 1, n]_2$ коду с повторением.

5 Количество порождающих матриц

Покажите, что для $[n, k]_q$– линейного кода C (q – простое), количество различных порождающих матриц равно

$$\prod_{i=0}^{k-1}(q^k - q^i).$$