

Практика № 2
10.09.19

1 Классы смежности

Докажите пункты 1–5 теоремы:

Теорема 1. Для $[n, k]_q$ -линейного кода C справедливо

1. $\forall u \in \mathbb{F}_q^n$ существует класс смежности C , содержащий u
2. $\forall u \in \mathbb{F}_q^n$ имеем $|C + u| = |C| = q^k$
3. $\forall u, v \in \mathbb{F}_q^n$ из $u \in C + v$ следует $C + u = C + v$
4. $\forall u, v \in \mathbb{F}_q^n$ либо $C + u = C + v$, либо $(C + u) \cap (C + v) = \emptyset$
5. Существует q^{n-k} различных классов смежности C .

2 Декодирование по таблице классов смежности

Для линейного кода C , заданного над \mathbb{F}_3 с порождающей матрицей

$$G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. привести G к систематической форме
2. определить мин. расстояние кода
3. построить таблицу классов смежности и декодировать $y = (1\ 1\ 1\ 1)$
4. построить таблицу синдромов

3 Декодирование бинарного кода Хэмминга

Бинарный код Хэмминга $[7, 4, 3]_2$ задаётся проверочной матрицей

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Сколько ошибок может исправить этот код?
2. Построить таблицу синдромов для бинарного кода Хэмминга $[7, 4, 3]_2$. По полученному слову $y = (1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1)$, определить соответствующее кодовое слово и вектор ошибок
3. Для обобщенного кода Хэмминга $[n = 2^r - 1, k = 2^r - r - 1, 3]_2$, предложить алгоритм декодирования без построения таблицы синдромов, работающий за время $\mathcal{O}(n \lg n)$.