

Контрольная работа

по дисциплине

ТЕОРИЯ КОДИРОВАНИЯ И СЖАТИЯ ИНФОРМАЦИИ

26.12.2022

Работы принимаются до 13:20 по Калининграду

Имя : _____

Фамилия : _____

Требования:

- Для записи ответов вы можете использовать обе стороны листов.
- Пишите **разборчиво**.
- Поясняйте свои ответы.
- Решения отправлять на почту elenakirshanova@gmail.com

Задание	1	2	3
Баллы	/ 6	/ 6	/ 9

Контрольная	Бонусы	Общая

Задание 1 (6×1 баллов)

1 Является ли множество C линейным кодом? Ответ поясните. Если да, опишите его длину и мин. расстояние.

$$C = \{0000, 1100, 0011, 1111\}.$$

2 Линейный код C над \mathbb{F}_5 задан проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Есть ли среди ниже перечисленных векторов x кодовые слова из C ? Если да, то какие? Ответ поясните.

$$x = [0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 2]$$

$$x = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2]$$

$$x = [4 \ 4 \ 3 \ 1 \ 0]$$

$$x = [2 \ 3 \ 0 \ 1 \ 1]$$

3 Каково максимальное число ошибок, исправляемое следующими линейными кодами?

а) $[7, 4, 3]_2$ – код Хэмминга,

б) $[2^r, r, 2^{r-1}]$ – код Адамара,

в) Код Рида-Соломона над \mathbb{F}_{11} длины $n = |\mathbb{F}_{11}^*|$, размерности $k = 4$.

4 Линейный код C задан параметрами $[10, 5, 4]$. Каковы длина и размерность C^\perp – дуального к C кода?

5 Линейный код над \mathbb{F}_2 задан проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Опишите порождающую матрицу для этого кода.

6 Линейный код над \mathbb{F}_3 задан порождающей матрицей

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Является ли этот код MDS кодом? Код является MDS кодом, если $k = n - d + 1$.
Ответ обоснуйте.

Задание 2 (6 баллов)

Пусть C – $[5, 2]$ -линейный код над \mathbb{F}_2 , заданный проверочной матрицей

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите порождающую матрицу кода.
2. Определите минимальное расстояние кода с помощью проверочной матрицы.
3. Какое количество ошибок может исправить этот код?
и восстановите исходное сообщение.
4. Какие вектора $y \in \mathbb{F}_2^5$ не получится однозначно декодировать этим кодом?
5. Опишите проверочную и порождающую матрицы кода, дуального к C .
6. С помощью декодирования по синдрому декодируйте y .

Шаманов Юрий	$y = (1, 0, 1, 1, 1)$
Белов Андрей	$y = (0, 1, 1, 1, 1)$
Никита Мжачих	$y = (0, 1, 1, 0, 0)$
Клементий Конрат	$y = (1, 0, 1, 0, 0)$
Попов Никита	$y = (1, 1, 0, 0, 0)$
Толпекин Максим	$y = (0, 1, 0, 1, 1)$
Чубань Артем	$y = (1, 0, 0, 1, 1)$
Микрюков Данила	$y = (1, 1, 1, 1, 1)$
Тренина София	$y = (1, 1, 0, 0, 1)$
Кунинец Артем	$y = (1, 1, 0, 1, 0)$
Кураленко Антон	$y = (0, 1, 1, 1, 1)$
Тарасов Егор	$y = (1, 1, 1, 0, 1)$
Сацута Анатолий	$y = (1, 1, 1, 1, 0)$
Плюснина Арина	$y = (0, 0, 1, 1, 0)$
Меркулова Ольга	$y = (0, 0, 1, 0, 1)$
Воронов Алексадр	$y = (0, 0, 0, 1, 1)$

Задание 3 (9 баллов)

Найдите свою фамилию в одном из заданий и выполните его.

1 BCH-код

Рассмотрим BCH-код длины $n = 15$ размерности $k = 9$ с минимальным расстоянием $d = 5$. ПрIMITИВНЫЙ элемент α – корень неприводимого над \mathbb{F}_2 многочлена $x^4 + x + 1$.

1. Сколько ошибок может исправить этот код?
2. Примените расширенный алгоритм Евклида для декодирования слова y . Восстановите исходное сообщение.

Белов Андрей	$y = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
Никита Мжачих	$y = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
Толпекин Максим	$y = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
Кунинец Артем	$y = (1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$
Кураленко Антон	$y = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
Тарасов Егор	$y = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
Сацута Анатолий	$y = (1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$
Воронов Александр	$y = (1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$

2 Код Рида-Соломона

Код Рида-Соломона задан над \mathbb{F}_{11} множеством $S = \{2^0 = 1, 2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 5, 2^5 = 10, 2^6 = 9, 2^7 = 7, 2^8 = 3, 2^9 = 6\}$. Код размерности $k = 6$.

1. Сколько ошибок может исправить этот код?
2. Декодируйте слово y . Восстановите исходное сообщение.

Шаманов Юрий	$y = (4, 1, 5, 1, 10, 1, 6, 1, 3, 6)$
Попов Никита	$y = (4, 1, 8, 5, 0, 9, 6, 7, 9, 5)$
Чубань Артем	$y = (2, 5, 7, 2, 0, 1, 5, 4, 5, 1)$
Микрюков Данила	$y = (3, 8, 0, 3, 5, 6, 3, 2, 8, 0)$
Трoнина София	$y = (2, 5, 2, 1, 9, 8, 4, 10, 5, 7)$
Плюснина Арина	$y = (9, 6, 0, 7, 2, 6, 0, 1, 9, 10)$
Меркулова Ольга	$y = (8, 5, 7, 6, 10, 2, 7, 0, 8, 9)$
Клементий Конрат	$y = (7, 3, 0, 0, 3, 9, 10, 1, 6, 9)$