

Практика № 1  
04.09.23

### 1 Порождающие матрицы кодов

Напишите порождающие и проверочные матрицы для  $[n, n-1, 2]_2$  – кода проверки на четность и для  $[n, 1, n]_2$  кода с повторением.

### 2 Минимальное расстояние кода

Покажите, что минимальное расстояние любого линейного кода  $C$  равно минимальному весу Хэмминга ненулевого слова в  $C$ , т.е.,

$$\Delta(C) = \min_{c \in C, c \neq 0} wt(c).$$

### 3 Систематическая форма

Пусть  $G = [I_k | A] \in \mathbb{F}_q^{k \times n}$  – порождающая матрица  $[n, k]_q$ –кода  $C$  в систематической форме, где  $I_k$  – единичная матрица  $k \times k$ ,  $A \in \mathbb{F}_q^{k \times n-k}$ . Опишите проверочную матрицу для  $C$ .

### 4 Дуальный код

Дуальный код для кода  $C$  был определяется как

$$C^\perp = \{x \in \mathbb{F}_q : \langle x, c \rangle = 0 \forall c \in C\}.$$

1. Пусть  $G$  – порождающая матрица  $C$ . Докажите эквивалентность второго определения:

$$C^\perp = \{x \in \mathbb{F}_q : xG^t = 0\}.$$

Вывод:  $G$  – проверочная матрица  $C^\perp$ ,  $C^\perp$  – линейный  $[n, n-k]_q$ –код для  $C$  – линейного  $[n, k]_q$  – кода.

2. Эквивалентное утверждение: любая образующая матрица  $H$  дуального кода  $C^\perp$  является проверочной матрицей кода  $C$ . Вывод:  $(C^\perp)^\perp = C$ .

3. Постройте код, дуальный к  $[n, 1, n]_2$  коду с повторением.

### 5 Количество порождающих матриц

Покажите, что для  $[n, k]_q$ – линейного кода  $C$  ( $q$  – простое), количество различных порождающих матриц равно

$$\prod_{i=0}^{k-1} (q^k - q^i).$$