
Практика №3 (02.02.2021)

Энтропия, условная энтропия и взаимная информация.

1. Одновременно и независимо выполняется подбрасывание игрального кубика и монеты. Пусть A - случайная величина, принимающее значение, выпавшее на кубике, а B - случайная величина, принимающее в качестве значения результат подбрасывания монеты (1 - орел, 0 - решка). Случайные величины X и Y задаются формулами $X = A + B$, $Y = A - B$.

- Вычислить $H(X)$, $H(Y)$, условные энтропии $H(X|Y)$, $H(Y|X)$, совместную энтропию $H(X,Y)$ и взаимную информацию $\mathbb{I}(X,Y)$.
- Доказать, что для независимых дискретных случайных величин X и Y,

$$\mathbb{I}(X, X+Y) - \mathbb{I}(Y, X+Y) = H(X) - H(Y)$$

2. Пусть X - случайная величина, имеющее распределение Бернулли, т.е. $P(X = 1) = p$, $P(X = 0) = 1 - p$. Энтропия такой случайной величины выражается формулой

$$H(X) = -p\log_2 p - (1-p)log_2(1-p)$$

Вычислить среднее значение энтропии $H(X)$, если p выбрано равномерно из отрезка $p \in [0,1]$.

Домашнее задание

1. Доказать правило цепочки для условной энтропии:

$$H(X_1, \ldots, X_n|Y) = \sum_{i=1}^{m} H(X_i|X_1, \ldots, X_{i-1}, Y)$$