
Лабораторная работа № 3

Опубликована 17.10.2025

Дедлайн 31.10.2025

Разработать программу в системе компьютерной алгебры Sage, реализующую следующие функции:

1. `nTorsion_extension_deg(n, a, b, q)`, где `a, b` – коэффициенты эллиптической кривой $E : y^2 = x^3 + ax + b$, заданной над полем $\mathbb{F}_q$, где q – простое, $\neq 2, 3$, $n \geq 3$. Функция возвращает $d = [K_{E,n} : K]$ – степень расширения поля $K_{E,n} = (x_1, y_1, \dots, x_m, y_m)$ над $K = \mathbb{F}_q$, где $E[n] = \{\mathcal{O}, (x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$ – точки n -кручения эллиптической кривой E .
2. `nTorsionPoints(n, a, b, q)`, те же выходные данные, что и для функции `nTorsion_extension_deg(n, a, b, q)`, но здесь $n \geq 1$. Функция возвращает все точки n -кручения кривой E .

Замечание: оптимизировать работу функций так, чтобы они терминировали за разумное время для малых и средних значений n, q .

Требования к сдаче

- Исходный код должен содержать комментарии к каждой из функций с описанием входных и выходных параметров
- Лабораторную следует выполнять модификацией файла с тестами, заменяя строку
`"# your code here."`
на код, реализующий функцию.
- Функции должны работать на всех примерах, что проверяется запуском команды:
`sage -t file_with_tests.sage`
- Студент должен понимать, что он написал, зачем, а также ответить на теоретические вопросы.