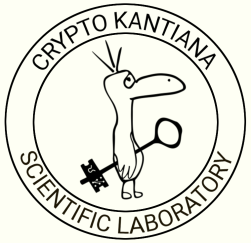
Эллиптические кривые

Лекция 12. Схема подписи SQISign

Семён Новосёлов

БФУ им. И. Канта

2025



Введение

SQISign (Short Quaternion and Isogeny Signature) – схема подписи, построенная применением преобразования Фиата-Шамира к протоколу доказательства с нулевым разглашением (Σ-протоколу).

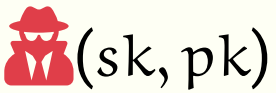
- De Feo L., Kohel D., Leroux A., Petit C., Wesolowski B.
  “SQISign: compact post-quantum signatures from quaternions and isogenies”.
  AsiaCrypt 2020. `https://eprint.iacr.org/2020/1240`

Последняя версия схемы:

- `https://sqisign.org`

Σ-протокол

Позволяет доказать знание секрета без раскрытия самого секрета.



сген. обязательство com $\xrightarrow{\mathrm{com}}$ ...

... $\xleftarrow{\mathrm{chl}}$ сген. вызов chl

сген. ответ rsp $\xrightarrow{\mathrm{rsp}}$ ...

вернуть “accept” или “reject”

Преобразование Фиата-Шамира

Позволяет построить цифровую подпись из любого Σ-протокола.

- m – сообщение для подписи
- при генерации chl заменяем  на хэш-функцию:

$$\mathrm{chl} = \mathrm{hash}(\mathrm{m}||\mathrm{com})$$

- **подпись** $\mathrm{s} := (\mathrm{com}, \mathrm{rsp})$
- **проверка**: вычисляем $\mathrm{chl} = \mathrm{hash}(\mathrm{m}||\mathrm{com})$ и проверяем условие Σ-протокола

Подпись SQISign. Параметры

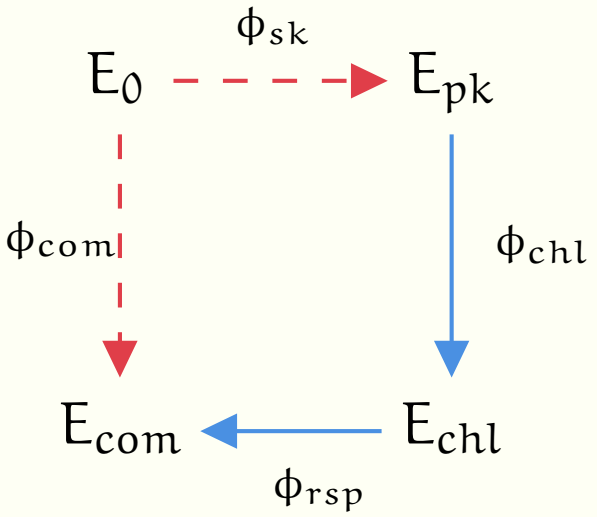
- E_0 – (открытая) кривая с известным $\mathrm{End}(E_0)$
- $\phi_{sk} : E_0 \to E_{pk}$ – случайная секретная изогения
- E_{pk} – открытый ключ
- $\mathrm{End}(E_{pk})$ – секретный ключ

Замечание:

- зная $\phi : E_0 \to E$ можно вычислить $\mathrm{End}(E)$ за полиномиальное время
- зная $\mathrm{End}(E_1)$ и $\mathrm{End}(E_2)$ можно вычислить изогению $\phi : E_1 \to E_2$ за полиномиальное время

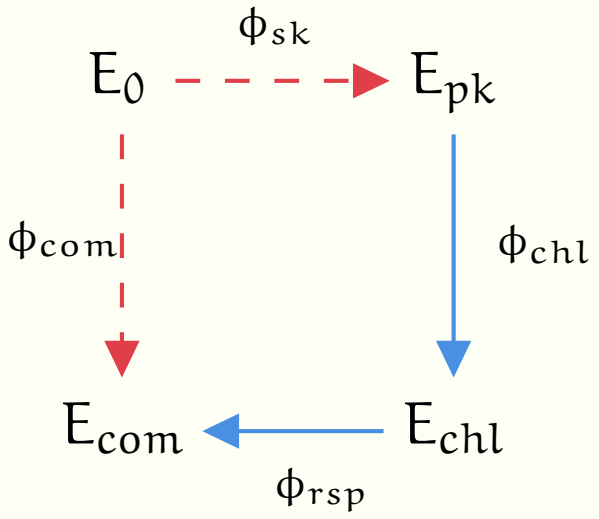
Подпись SQISign. Σ-протокол

1. генерирует секретную ϕ_{com}, отсылает E_{com}
2. генерирует случ. ϕ_{chl}, отправляет ϕ_{chl}
3. вычисляет и отправляет ϕ_{rsp}
4. проверяет, что ϕ_{rsp} – изогения $E_{chl} \to E_{com}$



Подпись SQISign. Σ-протокол

1. генерирует секретную ϕ_{com}, отсылает E_{com}
2. генерирует случ. ϕ_{chl}, отправляет ϕ_{chl}
3. вычисляет и отправляет ϕ_{rsp}
4. проверяет, что ϕ_{rsp} – изогения $E_{chl} \to E_{com}$



Корректность:

- знает $\mathrm{End}(E_0)$ и ϕ_{com} $\Longrightarrow$ вычисляет $\mathrm{End}(E_{com})$
- знает $\mathrm{End}(E_{pk})$ и ϕ_{chl} $\Longrightarrow$ находит $\mathrm{End}(E_{chl})$
- знает $\mathrm{End}(E_{chl}), \mathrm{End}(E_{com})$ $\Longrightarrow$ вычисляет ϕ_{rsp}

Подпись SQISign. Преобразование Фиата-Шамира

Генерация chl:

$$\mathrm{chl} = \mathrm{hash}(\mathrm{j}(\mathrm{E}_{\mathrm{pk}})||\mathrm{j}(\mathrm{E}_{\mathrm{com}})||\mathrm{m}),$$

ϕ_{chl} строится детерминировано по chl.

Подпись: $\mathrm{s} := (\mathrm{E}_{\mathrm{com}}, \phi_{\mathrm{rsp}})$

Проверка: находим ϕ_{chl} и проверяем, что ϕ_{rsp} – изогения $\mathrm{E}_{\mathrm{chl}} \to \mathrm{E}_{\mathrm{com}}$.

Представление изогений

- ϕ_{chl}, ϕ_{rsp} – открыты
- от представления зависит размер подписи и скорость проверки
- представление изогений **не должно** давать возможность вычислять эндоморфизмы:
  - по одному эндоморфизму кривой E можно вычислить $\mathrm{End}(\mathrm{E})$ за полиномиальное время

SQISign. Оригинальная схема

- изогении представляются в виде сжатых ядер цепочек изогений малой степени
- ϕ_{rsp} вычисляется с помощью KLPT-алгоритма

SQISignHD

- конструктивное применение атаки Кастрика-Декру
- изогении представляются в компактном виде $(d, E_{aux}, \phi(P), \phi(Q))$
- проверке подписи выполняется Кастрика-Декру

SQIPrime

- вместо композиций изогений малых степеней используются изогении большой степени и новый алгоритм для их вычисления Clapoti

Размеры ключей/скорость

Схема	Уровень стойкости	Открытый ключ	Закрытый ключ	Подпись
SQISign	NIST-1	64	16	204
SQISignHD	NIST-1	64	16	109
SQISign2D-West	NIST-1	65	353	148
SQIPrime	NIST-1	191	~	299

Таблица 1: Размеры ключей (в байтах) для схем подписи на изогениях.

Скорость работы

	Key gen.	Signing	Verif.
Original SQIsign	2800	4600	93
Optimized SQIsign	400	1880 620ms	29 10ms
SQIsignHD	190	115 38ms	?
SQIsign2D-West	60	160 53ms	9 3ms
SQIsign2D-West + heuristics	58	100 33ms	9

For NIST-V security level: cost x6

- Источник: Benjamin Wesolowski, ECC2024

Литература

- Boneh D., Shoup V. “Graduate Course in Applied Cryptography” `https://toc.cryptobook.us`
- SQIsign: Algorithm specifications and supporting documentation. `https://sqisign.org/spec/sqisign-20250707.pdf`

Контакты

snovoselov@kantiana.ru